Web page: www.ma8eno.gr
e-mail: vrentzou@ma8eno.gr

Η αποτελεσματική μάθηση δεν θέλει κόπο…αλλά τρόπο, δηλαδή ma8eno.gr

Συνοπτική Θεωρία Μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου

Αριθμητική - Άλγεβρα

Αριθμητική παράσταση ονομάζεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών.
Αλγεβρική παράσταση ονομάζεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών και μεταβλητών.
Αναγωγή ομοίων όρων ονομάζουμε τη διαδικασία με την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση.

Κανόνες ισότητας αριθμών

Αν $\alpha=\beta$ ***τότε*** $\alpha+\gamma=\beta+\gamma$

Αν $\alpha=\beta$ ***τότε*** $\alpha-\gamma=\beta-\gamma$

Αν $\alpha=\beta$ ***τότε*** $\alpha\cdot\gamma=\beta\cdot\gamma$

Αν $\alpha=\beta$ ***και*** $\gamma\neq 0$ ***τότε*** $\alpha:\gamma=\beta:\gamma$

Εξίσωση ονομάζουμε μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή).
Ονομάζουμε **λύση (ή ρίζα)** μιας εξίσωσης την τιμή του αγνώστου που επαληθεύει την εξίσωση.
Ονομάζουμε **επίλυση μιας εξίσωσης** την διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.
Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι

$0\cdot x=\beta\ (\beta\neq 0)$

Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (ή ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι:

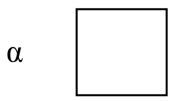
$0\cdot x=0$

Γεωμετρία

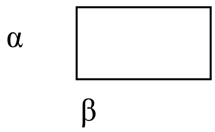
Μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:
Το τετραγωνικό μέτρο, (m^2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1m.
Το τετραγωνικό δεκατόμετρο, ($1dm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1dm.
Το τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ($1cm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1cm.
Το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1mm.
$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$

Άλλες μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:
Το τετραγωνικό χιλιόμετρο, ($1km^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1km.
$1km^2 = 1km\cdot 1km = 1000m\cdot 1000m = 1.000.000m^2$
Το στρέμμα το οποίο ισούται με $1000m^2$ και χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση των εμβαδών οικοπέδων και κτημάτων.

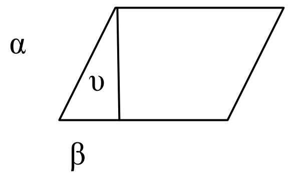
Εμβαδόν **τετραγώνου:** $E=\alpha^2$



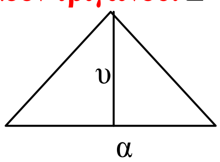
Εμβαδόν **ορθογωνίου παραλληλογράμμου:** $E=\alpha\cdot\beta$.



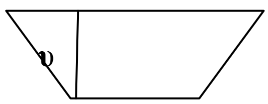
Εμβαδόν **πλάγιου παραλληλογράμμου:** $E=\upsilon\cdot\beta$.

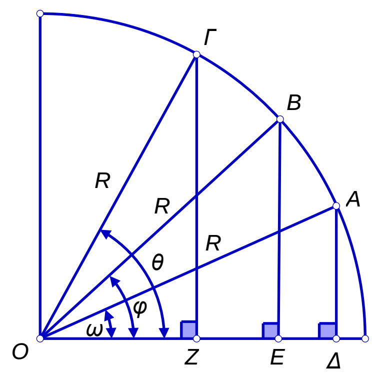


Εμβαδόν τριγώνου: $E=\frac{1}{2}\alpha\cdot\upsilon$



Εμβαδόν τραπεζίου : $E=\frac{(B+\beta)\cdot\upsilon}{2}$



	Το ευθύ Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφο του. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας . Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.
Ιδιότητες Ανισοτήτων Αν $\alpha < \beta$ τότε $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$ και $\alpha - \gamma < \beta - \gamma$ Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$ Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha : \gamma < \beta : \gamma$ Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$ Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha : \gamma > \beta : \gamma$	Ονομάζουμε **λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων**, που έχουν μετρηθεί με την ίδια μονάδα μέτρησης, τον λόγο των μηκών τους. **Εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου** ονομάζεται ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη στην οξεία κάθετη πλευρά. Η **κλίση** α της ευθείας με εξίσωση y = αx είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x΄x. **Ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου** ονομάζεται ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα. **Συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου** ονομάζεται ο λόγος της προσκείμενης στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.
Ανίσωση ονομάζουμε μια ανισότητα που περιέχει μια μεταβλητή και επαληθεύετε για ένα σύνολο τιμών της μεταβλητής αυτής. Ονομάζουμε **λύσεις της ανίσωσης** τις τιμές της μεταβλητής που επαληθεύουν την ανίσωση.	**Μεταβολή συνημιτόνου οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου .** Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία ελαττώνεται το συνημίτονο της. **Αιτιολόγηση** Στα ορθογώνια τρίγωνα ΔΑΟ ($\hat{\Delta}$= 90°), ΕΒΟ ($\hat{E}$= 90°), ΖΓΟ($\hat{Z}$= 90°), έχουμε: ω < φ < θ και $συνω = \frac{ΟΔ}{ΟΑ}$, $συνφ = \frac{ΟΕ}{ΟΒ}$, $συνθ = \frac{ΟΖ}{ΟΓ}$  Επειδή ΟΑ = ΟΒ = ΟΓ = R και ΟΔ > ΟΕ > ΟΖ θα είναι: $\frac{ΟΔ}{R} > \frac{ΟΕ}{R} > \frac{ΟΖ}{R}$, άρα συνω > συνφ > συνθ **Μεταβολή ημιτόνου οξείας γωνίας ορθογωνίου**

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού ***α*** και συμβολίζεται $\sqrt{\alpha}$, ονομάζεται ένας θετικός αριθμός **x** που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό α

Δηλαδή:

Αν $\sqrt{\alpha} = x$, όπου $\alpha \geq 0$ τότε $x \geq 0$ και $x^2 = \alpha$

Οι ιδιότητες της ρίζας είναι:

$\sqrt{0} = 0$

$\sqrt{\alpha}^2 = \alpha \qquad (\alpha \geq 0)$

$\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} \quad (\alpha, \beta \geq 0)$

$\sqrt{\dfrac{\alpha}{\beta}} = \dfrac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} \qquad (\alpha \geq 0, \beta > 0)$

$\sqrt{\alpha^2} = |\alpha| \qquad (\alpha \geq 0)$

Ρητοί ονομάζονται οι αριθμοί της μορφής $\dfrac{\mu}{\nu}$, όπου μ, ν ακέραιοι και $\nu \neq 0$.

Άρρητοι ονομάζονται οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί.

Πραγματικοί ονομάζονται οι ***ρητοί*** και οι ***άρρητοι*** μαζί.

Ονομάζεται **άξονας των πραγματικών αριθμών** μια ευθεία σε κάθε σημείο της οποίας αντιστοιχεί ένας πραγματικός αριθμός και σε κάθε πραγματικό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο της ευθείας.

τριγώνου .

Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία αυξάνεται και το ημίτονο της.

Αιτιολόγηση

Στα ορθογώνια τρίγωνα ΔΑΟ (Δ= 90°), ΕΒΟ (Ε= 90°), ΖΓΟ(Ζ= 90°), έχουμε:

$\omega < \varphi < \theta$

και

$\eta\mu\omega = \dfrac{A\Delta}{OA}$,

$\eta\mu\varphi = \dfrac{BE}{OB}$, $\eta\mu\theta = \dfrac{\Gamma Z}{O\Gamma}$

Επειδή

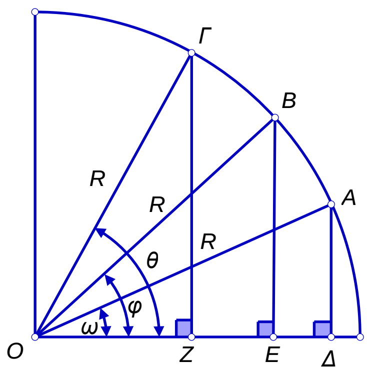
$OA = OB = O\Gamma = R$ και $A\Delta < BE < \Gamma Z$

θα είναι

$\dfrac{A\Delta}{R} < \dfrac{BE}{R} < \dfrac{\Gamma Z}{R}$, άρα $\eta\mu\omega < \eta\mu\varphi < \eta\mu\theta$

Μεταβολή εφαπτομένης οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία αυξάνεται και η εφαπτομένη της.



Αιτιολόγηση

Στα ορθογώνια τρίγωνα ΑΟΒ(Α= 90°), ΑΟΓ(Α= 90°), ΑΟΔ(Α= 90°), έχουμε:

$\omega < \varphi < \theta$

και $\dfrac{AB}{AO} < \dfrac{A\Gamma}{AO} < \dfrac{A\Delta}{AO} <$ δηλαδή

$\varepsilon\varphi\omega < \varepsilon\varphi\varphi < \varepsilon\varphi\theta$

Συνάρτηση ονομάζεται μια σχέση δύο μεταβλητών ***x, y*** τέτοια ώστε ***κάθε τιμή της μεταβλητής x*** να αντιστοιχίζεται ***σε μια μόνο τιμή της μεταβλητής y.***

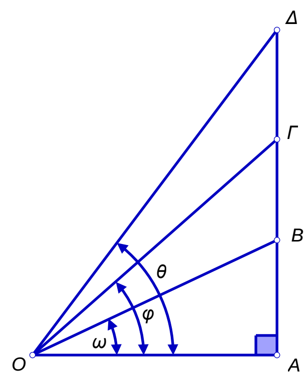
Πίνακας τιμών μιας συνάρτησης ονομάζεται ο πίνακας που περιέχει ζεύγη αντιστοίχων τιμών των μεταβλητών της.

Για το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ω ισχύουν οι ανισότητες:

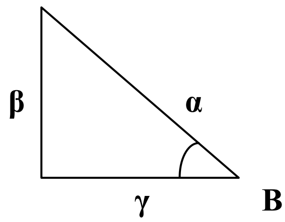
$0 < \eta\mu\omega < 1$ και $0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$

Αυτό συμβαίνει γιατί κάθε κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου είναι μικρότερη από την υποτείνουσα οπότε οι λόγοι:

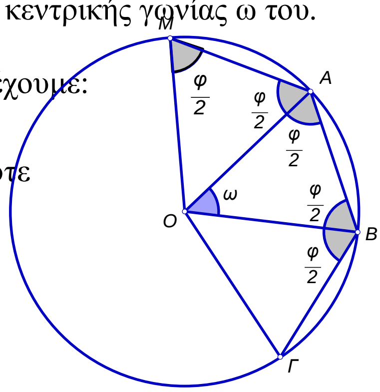
$\dfrac{\textit{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\textit{υποτείνουσα}}$

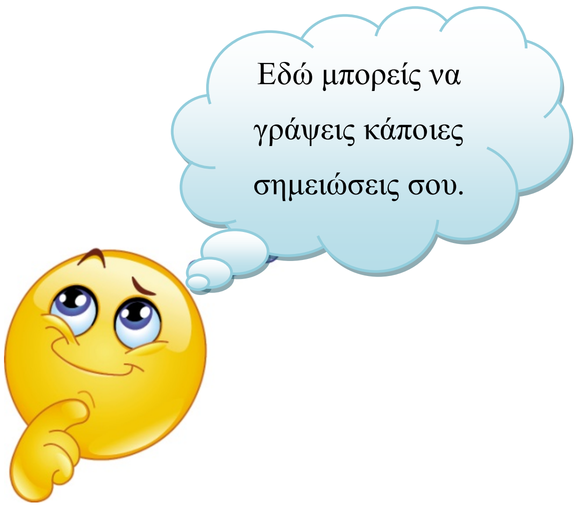


και

	$\dfrac{\textit{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\textit{υποτείνουσα}}$ είναι μικρότεροι της μονάδας για οποιαδήποτε οξεία γωνία.
Ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ονομάζεται (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) ένα σύστημα από δύο κάθετους άξονες με κοινή αρχή στους οποίους οι μονάδες έχουν το ίδιο μήκος. ***Συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη)*** ονομάζονται σημείου ένα μοναδικό για κάθε σημείο ζευγάρι αριθμών ***(α, β)*** που αντιστοιχίζεται στο σημείο και μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την θέση του στο επίπεδο που είναι εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Το ***α*** ονομάζεται *τετμημένη* και το ***β τεταγμένη*** του σημείου. ***Τεταρτημόρια*** ονομάζουμε τις ***4 ορθές γωνίες*** που ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων χωρίζει το επίπεδο.	**$ημ^2Β + συν^2Β = 1$** **Απόδειξη** $ημ^2Β + συν^2Β = \left(\frac{β}{α}\right)^2 + \left(\frac{γ}{α}\right)^2 = \frac{β^2}{α^2} + \frac{γ^2}{α^2} = \frac{β^2+γ^2}{α^2} = 1$ **$εφΒ = \frac{ημΒ}{συνΒ}$**  **Απόδειξη** $\frac{ημΒ}{συνΒ} = \frac{\frac{β}{α}}{\frac{γ}{α}} = \frac{αβ}{αγ} = \frac{β}{γ} = εφΒ$
	Ονομάζονται **βαθμωτά ή μονόμετρα** τα μεγέθη που προσδιορίζονται πλήρως αν δοθεί μόνο το μέτρο τους. **Διανυσματικά** ονομάζονται τα μεγέθη που προσδιορίζονται πλήρως αν δοθεί το μέτρο τους και η κατεύθυνση τους.
Ονομάζουμε **γραφική παράσταση** συνάρτησης σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y). Δύο ποσά λέγονται ***ανάλογα,*** εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης ***y = αx*** είναι μία ευθεία που διέρχεται την αρχή Ο των αξόνων. Ονομάζεται ***κλίση της ευθείας y = αx*** ο σταθερός λόγος $\frac{y}{x} = α$ με $x \neq 0$. Η γραφική παράσταση της ***y = αx + β, β≠0*** είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με	**Τα στοιχεία ενός διανύσματος** Σε ένα διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ διακρίνουμε: Τη ***διεύθυνση*** που είναι η ευθεία που ορίζουν τα άκρα Α, Β του διανύσματος και κάθε άλλη ευθεία παράλληλη προς αυτή. Τη ***φορά*** που είναι ο τρόπος που κινούμαστε για να πάμε από την αρχή Α στο τέλος του Β διανύσματος. Το ***μέτρο*** του που συμβολίζεται με $\overrightarrow{AB}$ και είναι το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ. Η ***διεύθυνση*** και η ***φορά*** μαζί καθορίζουν την ***κατεύθυνση*** του διανύσματος

εξίσωση $y = \alpha x$, που διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα $y'y$. Ονομάζεται ***κλίση της ευθείας*** $y = \alpha x + \beta$ ο αριθμός α. Μα εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία.	
Μια εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y = \gamma$ παριστάνει ευθεία. **ii.** Η εξίσωση $y = \kappa$ παριστάνει ευθεία παράλληλη προς τον άξονα $x'x$ **iii.** Η εξίσωση $x = \lambda$ παριστάνει ευθεία παράλληλη προς τον άξονα $y'y$ **iv.** Η ευθεία $y = 0$ παριστάνει τον άξονα $x'x$.	Δύο διανύσματα λέγονται **ίσα**, όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, την ίδια φορά και ίσα μέτρα. Δύο διανύσματα είναι **αντίθετα**, όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, ίσα μέτρα και αντίθετη φορά. Ονομάζεται **μηδενικό** διάνυσμα και συμβολίζεται $\vec{0}$ ένα διάνυσμα του οποίου η αρχή και το τέλος (πέρας) ταυτίζονται. Το μηδενικό διάνυσμα είναι ένα σημείο, οπότε δεν έχει ούτε διεύθυνση ούτε φορά. Το μέτρο του είναι ίσο με 0. Δηλαδή: $\lvert\vec{0}\rvert = 0$.
Δύο ποσά λέγονται ***αντιστρόφως ανάλογα,*** εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό. Η γραφική της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ ***με*** $\alpha \neq 0$ είναι μια καμπύλη γραμμή που ονομάζεται *υπερβολή* και αποτελείται ***από δύο κλάδους*** που βρίσκονται: Στο ***1ο*** και στο ***3ο*** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha > 0$. Στο ***2ο*** και στο ***4ο*** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha < 0$.	Εγγεγραμμένη γωνία ονομάζεται η γωνία που η κορυφή της είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο. Ονομάζεται **αντίστοιχο τόξο εγγεγραμμένης** γωνίας το τόξο που περιέχεται στις πλευρές της. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης γωνίας που έχει ίσο με αυτή αντίστοιχο τόξο. Επίσης Κάθε εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι ίση με το μισό του αντίστοιχου τόξου της. Εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι ίσες. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
Ιδιότητες της υπερβολής δεν τέμνει ποτέ τους ***ημιάξονες Ox και Oy,*** διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή ***0***. Έχει ***κέντρο συμμετρίας*** την αρχή ***O*** των αξόνων. ***Άξονες συμμετρίας*** τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$. Ονομάζεται **πληθυσμός** ένα σύνολο του οποίου μελετάμε τα στοιχεία ως προς τουλάχιστον ένα χαρακτηριστικό. Ονομάζεται **μεταβλητή** το χαρακτηριστικό	**Κανονικό πολύγωνο** ονομάζεται το πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες. **Περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου** Ονομάζεται ο κύκλος που περνά απ' όλες τις κορυφές του. Ονομάζεται **κέντρο κανονικού πολυγώνου** το κέντρο του περιγεγραμμένου του κύκλου. **Κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου** ονομάζεται κάθε μια από τις ν ίσες επίκεντρες γωνίες (ω) με τις οποίες χωρίζουμε τον περιγεγραμμένο στο πολύγωνο κύκλο. Δηλαδή είναι $\omega = \frac{360°}{\nu}$ **Απόστημα κανονικού πολυγώνου** ονομάζεται η

ως προς οποίο μελετάμε τα στοιχεία ενός πληθυσμού. Ονομάζεται **δείγμα** ενός πληθυσμού το μέρος του πληθυσμού του οποίου τα στοιχεία μελετάμε ως προς τουλάχιστον ένα χαρακτηριστικό. Ονομάζεται **μέγεθος** ενός δείγματος το πλήθος των ατόμων του δείγματος	απόσταση του κέντρου του από την πλευρά του. **Σχέση που συνδέει τη γωνία φ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολυγώνου.** Η γωνία φ ενός κανονικού ν-γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας ω του. **Απόδειξη** Στο τρίγωνο ΟΑΒ θα έχουμε: $\omega + \frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi}{2} = 180°$, οπότε $\omega + \varphi = 180°$. 
Απογραφή*:** συγκέντρωση πληροφοριών από το σύνολο του πληθυσμού σε συγκεκριμένες ημερομηνίες. ***Διαρκή εγγραφή*:** καθημερινή συγκέντρωση πληροφοριών. ***Δειγματοληψία ή δημοσκόπηση*:** συγκέντρωση πληροφοριών από μέρος του πληθυσμού ***Συχνότητα μιας τιμής της μεταβλητής λέγεται ο αριθμός που εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται στο δείγμα η τιμή αυτή. ***Σχετική συχνότητα*** μιας τιμής της μεταβλητής λέγεται το πηλίκο της συχνότητας της τιμής αυτής με το πλήθος όλων των παρατηρήσεων.	**Μήκος (L) κύκλου (Ο, ρ).** L = 2πρ ή L = δπ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ) Ονομάζουμε **ακτίνιο (rad)** σε κύκλο (Ο, ρ) το τόξο μήκους ίσο με την ακτίνα ρ του κύκλου. **Μήκος l ενός τόξου μ°.** Το τόξο 360 ° έχει μήκος 2πρ Το τόξο μ° έχει μήκος ℓ Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε : $\frac{\mu}{360} = \frac{\ell}{2\pi\rho}$ ή $\ell = \frac{\pi\rho\mu}{180}$ Το μήκος **l** ενός τόξου μετρημένο σε ακτίνια δίνεται από τον τύπο **l** = αρ
Ονομάζεται ***μέση τιμή*** μιας μεταβλητής $\boldsymbol{x}$ και συμβολίζεται $\bar{x}$ το πηλίκο του αθροίσματος όλων των τιμών της μεταβλητής δια του πλήθους τους. Δηλαδή: Όταν έχουμε ένα δείγμα μεγέθους $\boldsymbol{\nu}$ με τιμές $\boldsymbol{x_1, x_2, \ldots x_\nu}$ για τη μεταβλητή $\boldsymbol{x}$ τότε: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_\nu}{\nu}$ Ονομάζουμε διάμεσο των παρατηρήσεων τη μεσαία παρατήρηση αν το πλήθος το παρατηρήσεων είναι περιττό και το μέσο όρο των δύο μεσαίων παρατηρήσεων αν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιο.	**Το μέτρο ℓ ενός τόξου μ° και α ακτινίων(rad)** είναι αντίστοιχα: $\ell = \frac{\pi\rho\mu}{180}$ (1) ℓ = αρ (2) Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι $\frac{\pi\rho\mu}{180} = \alpha\rho$ οπότε $\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>

Εμβαδόν (Ε) του κυκλικού δίσκου (Ο, ρ)

$Ε = πρ^2$ ή $Ε = π\frac{δ^2}{4}$ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ)

Κυκλικός τομέας ονομάζεται το μέρος του κυκλικού δίσκου που περικλείετε από μια επίκεντρη γωνία του και το αντίστοιχο της τόξο.

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 360 ° έχει εμβαδόν $πρ^2$

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία μ° έχει εμβαδόν :

$\boldsymbol{ε} = \frac{πρ^2 μ}{360}$

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 2π rad έχει εμβαδόν $πρ^2$

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία α rad έχει εμβαδόν:

$\boldsymbol{ε} = \frac{αρ^2}{2}$

Δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων είναι:

Να είναι παράλληλα,
Να τέμνονται κατά μία ευθεία.
Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών είναι:
Να είναι παράλληλες, δηλαδή να ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.
Να τέμνονται, δηλαδή να έχουν μόνο ένα κοινό σημείο.
Να είναι ασύμβατες, δηλαδή να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.

Δυνατές θέσεις ευθείας και επιπέδου

Η ευθεία να περιέχεται στο επίπεδο.
Η ευθεία να είναι παράλληλη στο επίπεδο.
Η ευθεία να τέμνει το επίπεδο σε ένα σημείο.

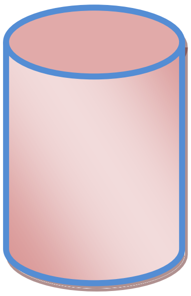
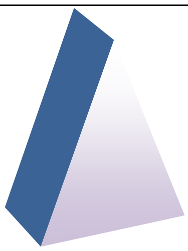
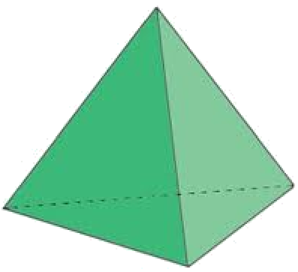
Μια ευθεία είναι **κάθετη σε ένα επίπεδο**, όταν είναι κάθετη σε δύο ευθείες του που διέρχονται από το ίχνος της.

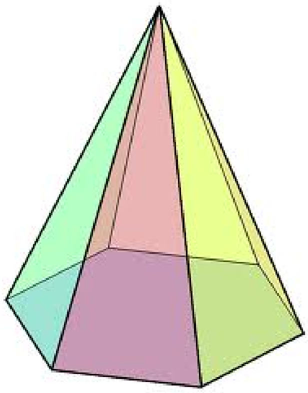
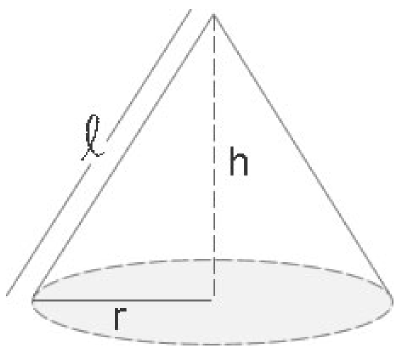
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

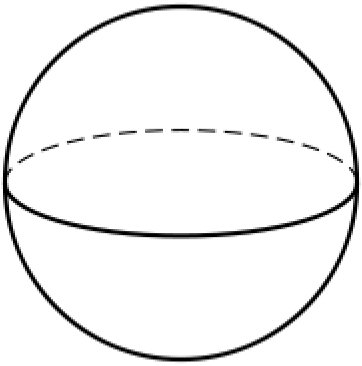
Ονομάζεται **απόσταση** σημείου από επίπεδο το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που φέρνουμε από το σημείο προς το επίπεδο.

Απόσταση δύο παραλλήλων επιπέδων ονομάζεται το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που φέρνουμε από ένα σημείο του ενός επιπέδου προς το άλλο επίπεδο.

</td>
</tr>
</table>

	Το εμβαδόν E_π της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται: **E_π = (περίμετρος βάσης) · (ύψος)** **Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος είναι:** $E_{ολ} = E_\pi + 2E_\beta$
	**Το εμβαδόν E_π της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου** είναι: ***E_π = (περίμετρος βάσης) · (ύψος) ή $E_\pi = 2\pi\rho \cdot \upsilon$*** **Το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός κυλίνδρου είναι:** $E_{ολ} = E_\pi + 2E_\beta$ Ονομάζεται **όγκος** ενός στερεού σώματος ο θετικός αριθμός που δηλώνει με πόσες επαναλήψεις ενός κύβου ή μέρους του κύβου με ακμή μήκους μία μονάδα σχηματίζεται το στερεό σώμα Σ. **Μονάδες όγκου** Ονομάζεται κυβικό μέτρο, ($1m^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1m. Ονομάζεται κυβικό δεκατόμετρο, ($1dm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1dm. Ονομάζεται κυβικό εκατοστόμετρο, ($1cm^3$) ο όγκος ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1cm. Ονομάζεται κυβικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1mm. $1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3 = 1000000000mm^3$ **Όγκος V_κ ενός κυλίνδρου ισούται:** **V_κ = (Εμβαδόν βάσης) · (ύψος)**
 	**Όγκος V_π ενός πρίσματος ισούται :** **V_π = (Εμβαδόν βάσης) · (ύψος)** Ονομάζεται ***πυραμίδα*** το στερεό, που μία έδρα του είναι ένα πολύγωνο και όλες οι άλλες έδρες του είναι τρίγωνα με κοινή κορυφή. **Τα στοιχεία της πυραμίδας είναι:** Η έδρα που είναι πολύγωνο και λέγεται **βάση** της πυραμίδας. Τα τρίγωνα με κοινή κορυφή που λέγονται **παράπλευρες έδρες** της πυραμίδας. Το κοινό σημείο των παράπλευρων εδρών που λέγεται **κορυφή** της πυραμίδας. Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από την κορυφή προς τη βάση, που λέγεται ***ύψος*** της πυραμίδας. Μια πυραμίδα που έχει ως βάση ένα τρίγωνο, λέγεται **τριγωνική**. Την τριγωνική πυραμίδα που έχει τέσσερις **τριγωνικές έδρες** και οποιαδήποτε έδρα της μπορεί να θεωρηθεί ως βάση, τη λέμε και **τετράεδρο**. Μια πυραμίδα που έχει βάση τετράπλευρο λέγεται **τετραπλευρική**.

	Μια πυραμίδα που έχει βάση πεντάγωνο λέγεται **πενταγωνική** κ.ο.κ. Μια πυραμίδα ονομάζεται **κανονική**, αν η βάση της είναι κανονικό πολύγωνο και η προβολή της κορυφής της στη βάση είναι το κέντρο του κανονικού πολυγώνου. **Εμβαδόν της ολικής επιφάνειας μιας πυραμίδας** $E_{ολ} = E_{Π} + E_{β}$ **Το εμβαδόν $E_{Π}$ της παράπλευρης επιφάνειας μιας κανονικής πυραμίδας είναι:** $E_{Π} = \frac{1}{2}$ *(περίμετρος βάσης)·απόστημα* Το εμβαδόν $E_{ολ}$ της ολικής επιφάνειας της κανονικής πυραμίδας είναι: $E_{ολ} = E_{Π} + E_{β}$ **Ο όγκος $V_{π}$ μιας πυραμίδας ισούται** με το $\frac{1}{3}$ του γινομένου του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή: $V_{π} = \frac{1}{3}$ *(Εμβαδόν βάσης) · (ύψος)* **Κώνος** λέγεται το στερεό σχήμα που παράγεται από την περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου ΚΟΑ γύρω από μία κάθετη πλευρά του ΚΟ. **Στοιχεία** του κώνου είναι: Βάση, ύψος, γενέτειρα Η επιφάνεια που παράγεται από την περιστροφή της γενέτειρας είναι η **παράπλευρη επιφάνεια** του κώνου. **Εμβαδόν $E_{π}$ της παράπλευρης επιφάνειας κώνου** $E_{π} = \frac{1}{2} \cdot (2πρ)\cdot λ$ ή $E_{π} = πρλ$ Ο **όγκος $V_{κ}$** ενός κώνου ισούται με το $\frac{1}{3}$ του γινομένου του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή: $V_{κ} = \frac{1}{3}$ *(Εμβαδόν βάσης) · (ύψος)* $= \frac{1}{3} \cdot πρ^2 \cdot υ$
	



Σφαίρα λέγεται το στερεό σώμα το οποίο παράγεται, αν περιστρέψουμε ένα κυκλικό δίσκο ***(Ο, ρ)*** γύρω από μία διάμετρο του.
Η απόσταση ενός οποιουδήποτε σημείου της επιφάνειας μιας σφαίρας από το κέντρο Ο είναι ίση με την ακτίνα ρ. Το σημείο Ο λέγεται ***κέντρο*** της σφαίρας και η ακτίνα ρ του κύκλου λέγεται ***ακτίνα*** της σφαίρας.

Οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας στο χώρο είναι :

α. Να μην τέμνονται μεταξύ τους.
β. Να εφάπτονται σε ένα σημείο,
γ. Να τέμνονται σε κυκλικό δίσκο.

Η επιφάνεια που δημιουργείται από την περιστροφή ενός κύκλου (Ο, ρ) γύρω από μια διάμετρο του, αποτελεί την **επιφάνεια της σφαίρας**.

Το **εμβαδόν της επιφάνειας μιας σφαίρας** ***είναι:***
$E_{σφ} = 4πρ^2$

Ο όγκος $V_{σφ}$ μιας σφαίρας είναι : $V_{σφ} = \frac{4}{3}πρ^3$